## Matematica

| quadro orario | I anno | II anno | III anno | IV anno | V anno |
|---|---|---|---|---|---|
| Liceo Scientifico | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 |

## Le indicazioni nazionali: Profilo d'uscita

Al termine del percorso del Liceo Scientifico lo studente:

- conosce i concetti e i metodi elementari della matematica, anche applicati alla descrizione e alla previsione di fenomeni:
- gruppi di concetti e metodi obiettivo dello studio:

  1) elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, assiomatizzazioni);
  2) elementi del calcolo algebrico, elementi della geometria analitica cartesiana, conoscenza delle funzioni elementari dell'analisi, nozioni elementari del calcolo differenziale e integrale;
  3) strumenti matematici di base per lo studio dei fenomeni fisici, con particolare riguardo al calcolo vettoriale e alle equazioni differenziali, in particolare l'equazione di newton;
  4) elementi del calcolo delle probabilità, dell'analisi statistica e della ricerca operativa;
  5) concetto di modello matematico e differenza tra la visione della matematizzazione caratteristica della fisica classica (corrispondenza univoca tra matematica e natura) e quello della modellistica (possibilità di rappresentare la stessa classe di fenomeni mediante differenti approcci);
  6) costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;
  7) caratteristiche dell'approccio assiomatico nella sua forma moderna e sue specificità rispetto all'approccio assiomatico della geometria euclidea classica;
  8) principio di induzione matematica e suo significato filosofico ("invarianza delle leggi del pensiero"), esempio elementare del carattere non strettamente deduttivo del ragionamento matematico; diversità rispetto all'induzione fisica ("invarianza delle leggi dei fenomeni");
- ha approfondito i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, formalizzazioni);
- conosce le metodologie di base per la costruzione di un modello matematico di un insieme di fenomeni, sa applicare quanto appreso per la soluzione di problemi, anche utilizzando strumenti informatici di rappresentazione geometrica e di calcolo. Tali capacità operative saranno particolarmente accentuate nel percorso del Liceo Scientifico, con particolare riguardo per quel che concerne la conoscenza del calcolo infinitesimale e dei metodi probabilistici di base.

COMPETENZE

- Soluzione di problemi.
- Descrizione e previsione di fenomeni (in particolare fisici).
- Visione storico-critica del pensiero matematico.
- Concetto di modello matematico e di matematizzazione, nuovo volto della conoscenza scientifica.
- Costruzione e analisi di semplici modelli matematici.
- Utilizzo di strumenti informatici.

## Obiettivi specifici di apprendimento

I saperi, le abilità e le competenze che seguono sono coerenti con le indicazioni nazionali e

rappresentano un bagaglio che, nel lavoro quotidiano in classe e domestico, si cercherà di fornire agli studenti nel modo più completo.

La scansione temporale e l'ordine degli argomenti da trattare devono essere mantenuti il più possibile, sono ammesse eccezioni solo per specifiche esigenze didattiche.

## Traguardi formativi disciplinari - Primo biennio

COMPETENZE

a) Leggere, comprendere ed interpretare testi scritti di vario tipo
b) Analizzare dati, interpretarli
c) Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico in contesti reali rappresentandole anche sotto forma grafica.
d) Rappresentare ed analizzare figure geometriche del piano individuando invarianti e relazioni, effettuare semplici dimostrazioni di geometria euclidea.
e) Individuare le strategie appropriate per la risoluzione di semplici problemi di natura scientifico-matematico, risolvere problemi geometrici per via algebrica.
f) Rilevare, analizzare ed interpretare dati riguardanti fenomeni reali sviluppando deduzioni e ragionamenti, fornendone adeguate rappresentazioni grafiche anche con l'ausilio di strumenti informatici.

ABILITÀ

1) Saper risolvere espressioni numeriche, confrontare e ordinare numeri, operare con le proprietà delle potenze.
2) Saper descrivere un insieme utilizzando i vari tipi di rappresentazione, saper risolvere problemi che richiedono l'uso dei diagrammi di Venn.
3) Saper operare con i polinomi, anche applicando le formule dei principali prodotti notevoli.
4) Saper eseguire la divisione tra polinomi a coefficienti numerici con una sola variabile. Saper applicare la regola di Ruffini e il teorema del resto.
5) Saper scomporre in fattori polinomi con tecniche di raccoglimento totale, raccoglimento parziale, prodotti notevoli, compresa la differenza e la somma di due cubi, il metodo della divisione applicando il teorema del resto. Saper scomporre trinomi particolari di secondo grado.
6) Svolgere espressioni con le frazioni algebriche.
7) Saper applicare i principi di equivalenza per risolvere equazioni di 1° grado intere a coefficienti numerici e letterali (con un solo parametro), equazioni fratte numeriche. Utilizzare equazioni per risolvere problemi.
8) Conoscere le principali figure del piano euclideo, le loro proprietà, i criteri di congruenza dei triangoli
9) Conoscere i teoremi relativi ai triangoli, alle rette parallele e ai parallelogrammi
10) Saper eseguire semplici dimostrazioni di geometria euclidea
11) Leggere e interpretare graficamente serie di dati
12) Saper utilizzare strumenti informatici per la videoscrittura.
13) Saper risolvere un sistema numerico 2x2 o 3x3 con metodo appropriato; impostare e risolvere problemi con l'uso di sistemi.
14) Saper operare con i radicali, utilizzando la proprietà invariantiva, effettuare moltiplicazione e divisione tra radicali, potenza e radice di radice, trasporto di un fattore fuori e sotto radice.
15) Risolvere espressioni irrazionali contenenti somme algebriche e prodotti (anche con prodotti notevoli).

16) Saper razionalizzare il denominatore di una frazione.
17) Saper risolvere equazioni di 2° grado, incomplete e complete (a coefficienti razionali, irrazionali, letterali con un solo parametro).
18) Saper scomporre un trinomio di secondo grado.
19) Saper risolvere quesiti riguardanti equazioni parametriche di 2° grado, anche utilizzando le relazioni tra radici e coefficienti.
20) Saper formalizzare e risolvere problemi di 2° grado.
21) Saper risolvere equazioni binomie, biquadratiche, trinomie ed equazioni che si risolvono fattorizzando.
22) Saper risolvere sistemi di secondo grado e sistemi di grado superiore contenenti un'equazione di primo grado.
23) Saper risolvere disequazioni (a coefficienti numerici) di 1° e 2° grado e di grado superiore al 2° intere e fratte.
24) Saper risolvere sistemi di disequazioni.
25) Saper lavorare in un sistema di coordinate cartesiane ortogonali con punti e rette e utilizzare la formula della distanza tra due punti.
26) Saper determinare l'equazione di una retta a partire da condizioni assegnate che coinvolgono parallelismo/perpendicolarità fra rette, passaggio per punti dati, trovare le coordinate del punto di intersezione tra due rette.
27) Conoscere circonferenza/cerchio, le relazioni tra angoli in relazione alla circonferenza, conoscere i punti notevoli di un triangolo, le proprietà dei poligoni inscritti e circoscritti
28) Conoscere i teoremi di Euclide e Pitagora
29) Conoscere ed utilizzare i criteri di similitudine dei triangoli
30) Saper applicare le conoscenze di geometria in problemi di tipologia algebrica
31) Saper eseguire semplici dimostrazioni col linguaggio specifico corretto.
32) Saper utilizzare strumenti informatici relativi al foglio elettronico.

SAPERI ESSENZIALI PRIMO ANNO

Periodo 1

- Insiemi numerici: gli insiemi N, Z, Q: ordinamento, operazioni e proprietà; proprietà delle potenze.
- Equazioni di 1° grado intere a coefficienti numerici.
- Insiemi: il linguaggio degli insiemi, vari modi di rappresentare gli insiemi; operazioni di unione e intersezione; risoluzione di problemi medianti i diagrammi di Venn.
- Il calcolo letterale: definizioni di base relative ai monomi e ai polinomi.

Periodo 2

- I prodotti notevoli: somma per differenza, quadrato di binomio, quadrato di trinomio, cubo di binomio. Operazioni con i polinomi.
- Scomposizione di polinomi. Frazioni algebriche.
- Equazioni: il significato dei termini specifici relativi alle equazioni; i principi di equivalenza. Equazioni di primo grado e relativi problemi
- Geometria: le principali figure del piano euclideo e le loro proprietà; i criteri di congruenza dei triangoli; i teoremi sui triangoli e i parallelogrammi. Teoremi su rette perpendicolari, rette parallele, i parallelogrammi e le loro proprietà.
  Leggere e interpretare graficamente serie di dati

SAPERI ESSENZIALI SECONDO ANNO

Periodo 1

- Radicali: la proprietà invariantiva, moltiplicazione e divisione tra radicali, potenza e radice di radice, trasporto di un fattore fuori e sotto radice, con particolare riferimento ai radicali numerici. Razionalizzazione del denominatore di una frazione.
- Sistemi lineari numerici 2x2 e 3x3 usando il metodo di sostituzione e di riduzione e di addizione/sottrazione.
- Geometria analitica: coordinate sul piano cartesiano, equazione di rette in forma esplicita ed implicita, formula della distanza tra due punti; condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra rette.

Periodo 2

- Equazioni di 2° grado incomplete e complete, formula normale, scomposizione di un trinomio di 2° grado; equazioni parametriche di 2° grado, relazioni tra radici e coefficienti. Problemi risolvibili con equazioni
- Equazioni di grado superiore al 2° binomie, trinomie, che si risolvono fattorizzando. Disequazioni (a coefficienti numerici) di 1°, di 2° grado e di grado superiore al 2° intere e fratte, sistemi di disequazioni.
- Geometria euclidea: teoremi su punti notevoli dei triangoli, su circonferenza, sulla similitudine; proprietà dei triangoli simili. Teoremi di Pitagora e di Euclide

## Traguardi formativi disciplinari - Secondo biennio

COMPETENZE

a) Utilizzare le regole e le procedure del calcolo algebrico, considerando anche la rappresentazione grafica.
b) Risolvere problemi in modo appropriato, ricorrendo anche all'ausilio di opportuni strumenti informatici.
c) Analizzare le coniche riconoscendone le proprietà.
d) Confrontare figure geometriche individuandone invarianti e relazioni.
e) Analizzare dati e interpretarli, sviluppando deduzioni e usando gli opportuni strumenti di calcolo.
f) Saper costruire modelli relativi a variazioni di tipo esponenziale o logaritmico.
g) Saper costruire e analizzare modelli di andamenti periodici nella descrizione di fenomeni fisici o di altra natura.
h) Individuare il modello adeguato a risolvere un problema di calcolo combinatorio o di probabilità.
i) Saper utilizzare il concetto e il calcolo di limite in problemi anche inerenti la realtà naturale e sociale.

ABILITÀ

1) Risolvere equazioni e disequazioni algebriche, irrazionali, con valori assoluti, goniometriche, esponenziali, logaritmiche.
2) Scrivere l'equazione di una retta e di una conica, date opportune condizioni
3) Rappresentare nel piano cartesiano rette, luoghi geometrici e coniche di data equazione.
4) Discutere le caratteristiche di fasci di rette.
5) Riconoscere le proprietà di una funzione reale, di un'inversa e di funzioni composte.
6) Studiare e rappresentare nel piano cartesiano le funzioni goniometriche, esponenziali e logaritmiche.
7) Semplificare espressioni contenenti funzioni goniometriche applicando le formule opportune.
8) Risolvere un triangolo e applicare i teoremi sui triangoli rettangoli, il teorema dei seni e del coseno a problemi di trigonometria.

9) Utilizzare il principio di induzione.
10) Saper operare con le progressioni aritmetiche e geometriche.
11) Saper eseguire operazioni tra numeri complessi e interpretarle geometricamente.
12) Saper applicare le trasformazioni geometriche per disegnare il grafico di funzioni.
13) Descrivere analiticamente e sinteticamente rette e piani nello spazio, riconoscendone la posizione reciproca.
14) Risolvere problemi di geometria solida con anche il calcolo di aree di superfici e di volumi dei solidi notevoli.
15) Saper calcolare permutazioni, disposizioni e combinazioni semplici o con ripetizione.
16) Saper applicare i teoremi sulla probabilità totale, contraria, composta, condizionata e il teorema di Bayes.
17) Acquisire il concetto di limite di una funzione reale di variabile reale.
18) Saper calcolare i limiti utilizzando i limiti fondamentali dell'analisi e i teoremi principali.

SAPERI ESSENZIALI TERZO ANNO

Periodo 1

- Equazioni e disequazioni irrazionali e con valori assoluti.
- Ripasso della retta.
- Fasci di rette.
- Coniche: parabole, circonferenze, ellissi, iperboli: definizioni, proprietà, grafici.

Periodo 2

- Funzioni e loro proprietà.
- Funzioni goniometriche: definizioni, caratteristiche, relazioni fondamentali, grafici.
- Formule di addizione, sottrazione e di duplicazione.
- Equazioni goniometriche (elementari, riconducibili ad elementari, lineari e omogenee).
- Disequazioni goniometriche (elementari, riconducibili ad elementari)
- Teoremi sui triangoli rettangoli. Teorema dei seni. Teorema del coseno.

SAPERI ESSENZIALI QUARTO ANNO

Periodo 1

- Funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Funzione inversa e funzioni composte.
- Funzioni esponenziali e logaritmiche. Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche.
- Trasformazioni geometriche: isometrie e similitudini nel piano cartesiano. Applicazioni delle trasformazioni ai grafici di funzioni.
- Rette e piani nello spazio: parallelismo e perpendicolarità. Equazioni di rette, piani e sfera.
- Poliedri e solidi di rotazione notevoli: caratteristiche, area delle superfici e volumi. Poliedri regolari.

Periodo 2

- Calcolo combinatorio: disposizioni, combinazioni, permutazioni semplici e con ripetizione.
- Probabilità di un evento, probabilità totale, contraria, composta, condizionata. Teorema di Bayes.
- Studio di funzioni elementari dell'analisi: dominio, segno, zeri, simmetrie, applicazioni delle principali trasformazioni geometriche lineari.
- Limite di una funzione: definizione, interpretazione grafica. Teoremi fondamentali.
- Calcolo di limite mediante i limiti fondamentali e i teoremi sulle operazioni.
- Numeri complessi: caratteristiche, operazioni, rappresentazione nel piano di Gauss. Equazioni nei complessi.

## Traguardi formativi disciplinari - Quinto anno

COMPETENZE

- Utilizzare in modo consapevole gli strumenti del calcolo differenziale e integrale nei modelli scelti per descrivere fenomeni naturali e sociali.
- Usare le regole e le procedure dell'analisi matematica, ricorrendo anche alla rappresentazione grafica.
- Risolvere in modo appropriato problemi di massimo e di minimo.
- Risolvere problemi che richiedano l'applicazione degli operatori analitici (limiti, derivate, integrali) in ambito naturale e sociale, ricorrendo eventualmente anche all'ausilio di opportuni strumenti informatici.
- Saper cogliere il significato di un'equazione differenziale come modello descrittivo di un fenomeno definito attraverso una legge che ne specifichi e ne regoli le variazioni infinitesimali.
- Individuare il modello adeguato a risolvere un problema pertinente le principali distribuzioni discrete e continue.
- Saper delineare in modo storico-critico l'evoluzione del pensiero matematico nelle sue tappe fondamentali.

ABILITÀ

1) Studiare la continuità di una funzione e saperne riconoscere le eventuali discontinuità.
2) Calcolare la derivata di una funzione elementare e composta.
3) Conoscere il concetto di funzione derivata
4) Interpretare graficamente il significato della derivata di una funzione in un punto.
5) Applicare i teoremi di Rolle, di Lagrange, di Cauchy, di de L'Hopital.
6) Saper studiare una funzione reale di tipo polinomiale, esponenziale, logaritmica, irrazionale, goniometrica, continua a tratti e tracciarne il grafico.
7) Saper interpretare e formalizzare un problema di massimo e minimo.
8) Calcolare integrali indefiniti e definiti di semplici funzioni.
9) Applicare il calcolo integrale alla determinazione di aree e volumi.
10) Risolvere semplici equazioni differenziali.
11) Determinare la distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria.
12) Calcolare valore medio, varianza e deviazione standard di una variabile aleatoria discreta o continua.
13) Calcolare probabilità di eventi espressi tramite variabili aleatorie del tipo: binomiale, normale, di Poisson.

SAPERI ESSENZIALI QUINTO ANNO

Periodo 1

- Continuità di una funzione in un punto. Tipi di discontinuità.
- Asintoti di una curva: classificazione e ricerca.
- Definizione di derivata di una funzione e interpretazione geometrica. Le derivate fondamentali. I teoremi sul calcolo delle derivate. La derivata di una funzione composta.
- Teorema di Rolle, di Lagrange, di Cauchy, di de L'Hopital.
- Massimi, minimi, flessi: caratteristiche e loro determinazione.
- Integrale indefinito: definizione, proprietà, interpretazione geometrica.
- Tecniche di integrazione: integrazione delle funzioni elementari per scomposizione, per parti e per sostituzione.

Periodo 2

- Integrale definito: definizione, proprietà, interpretazione geometrica. Teorema della media e Teorema fondamentale del calcolo integrale. Tecniche di calcolo di integrali definiti.
- Equazioni differenziali del primo ordine, a variabili separabili, lineari.
- Variabili casuali discrete e continue: valori caratterizzanti e distribuzioni di probabilità (binomiale, normale, di Poisson).